United States
Department of
Agriculture

Forest Service

**Southern Forest
Experiment Station**

New Orleans,
Louisiana

General Technical Report
SO-87

December 1991

Evaluating Plot Designs for the Tropics

Paul C. Van Deusen and Bruce Bayle

Evaluación de Diseños de Parcela para Areas Tropicales

Paul C. Van Deusen y Bruce Bayle

SUMMARY

A forest inventory design based on fixed-area strip plots used in southern Mexico is compared with variable plots, variable strips, and variable plot clusters. It is shown that the sampling intensity for a particular diameter tree changes with each plot design. The theory is developed sufficiently so that the reader will be able to choose the best type of plot for any particular inventory and produce the required inventory estimates.

Evaluating Plot Designs for the Tropics

Paul C. Van Deusen and Bruce Bayle

INTRODUCTION

Forest inventory methods and the associated sampling theory encompass a large body of knowledge that may overwhelm the practicing forester. Therefore, an inventory planner seeks guidelines to aid in the process of designing an inventory. The purpose of this paper is to provide such guidelines for choosing the type and design of sample plot. This is not done in a cookbook fashion, but rather by showing how each plot design fits into a general theory.

Random sampling for the purpose of this paper is a process of selecting units from the population of interest in such a way that each unit has a known, positive selection probability. Simple random sampling occurs when each unit has the same selection probability. Usually, when discussing forest sampling, individual trees are units and the population includes all of the trees in a particular stand or forest. Random sampling requires a sample selection process whereby each tree in the forest has some well defined chance of being measured for a characteristic of interest. The characteristics to be considered are basic to forestry and include volume, basal area (at 1.3 m), and number of trees. Number of trees is the easiest characteristic to measure, since each tree contributes exactly one tree to the population, whereas its exact volume contribution can be difficult to determine.

DETERMINING SELECTION PROBABILITIES

Fixed Area Plots

The inventory system used in southern Mexico provides a practical example of the process of determining selection probabilities. Figure 1 schematically depicts the Mexican inventory system, beginning with a forest in the upper left that is broken into 100-ha blocks. Each block can be divided into 100 strips that are 10 by 1000 m. Each of these strips can be further divided into 10 substrips that are 10 by 100 m. These substrips become the basic plot that is measured in the field. However, this plot is further divided into three zones as depicted in figure 1. Regeneration is measured in zone 1 and it consists of trees at least 1 m tall and less than 15 cm in diameter ($D \leq 15$). Trees with $15 < D \leq 35$ are measured in zones 1 and 2, and trees where $D > 35$ are measured on the entire plot.

Enough 10- by 100-m plots are measured on each 100H block so that 1 percent of the area is actually measured for trees where $D > 35$. This may be accomplished by choosing a single strip of 10 plots or by systematically covering the 100-ha block with 10 plots. Systematic coverage is statistically preferred because it gives a good representation of the total forest, but measuring a single long strip may be easier in the field. Figure 2a depicts the selection probabilities by diameter for this system under the assumption that 10 plots will be measured per hectare. The selection probabilities will change with diameter under this system, with the larger trees having the greatest chance of being selected. This is sensible when interest lies in volume because the larger trees contain more volume, and more time should be devoted to measuring the most valuable trees. However, within a zone of this fixed area plot, trees are sampled with the same intensity regardless of their size.

Variable Points

It is possible to extend the idea of increasing the selection probability as a function of diameter by employing variable point sampling. This method of sampling allows each tree to have a selection probability that is directly proportional to its basal area. The method is implemented by locating a sample point center and then measuring each tree that is wider than the distance between two radii originating at the point center. The angle between the radii determines the sampling intensity. Figure 3 shows a point center with two trees represented by circles the size of their diameters. The first tree overlaps the two radii

Paul C. Van Deusen is a mathematical statistician at the Institute for Quantitative Studies, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Southern Forest Experiment Station, New Orleans, LA 70113-1931; Bruce Bayle is a tropical forestry advisor at the University of Puerto Rico Agricultural Experiment Station, Rio Piedras, PR 00928-2500.

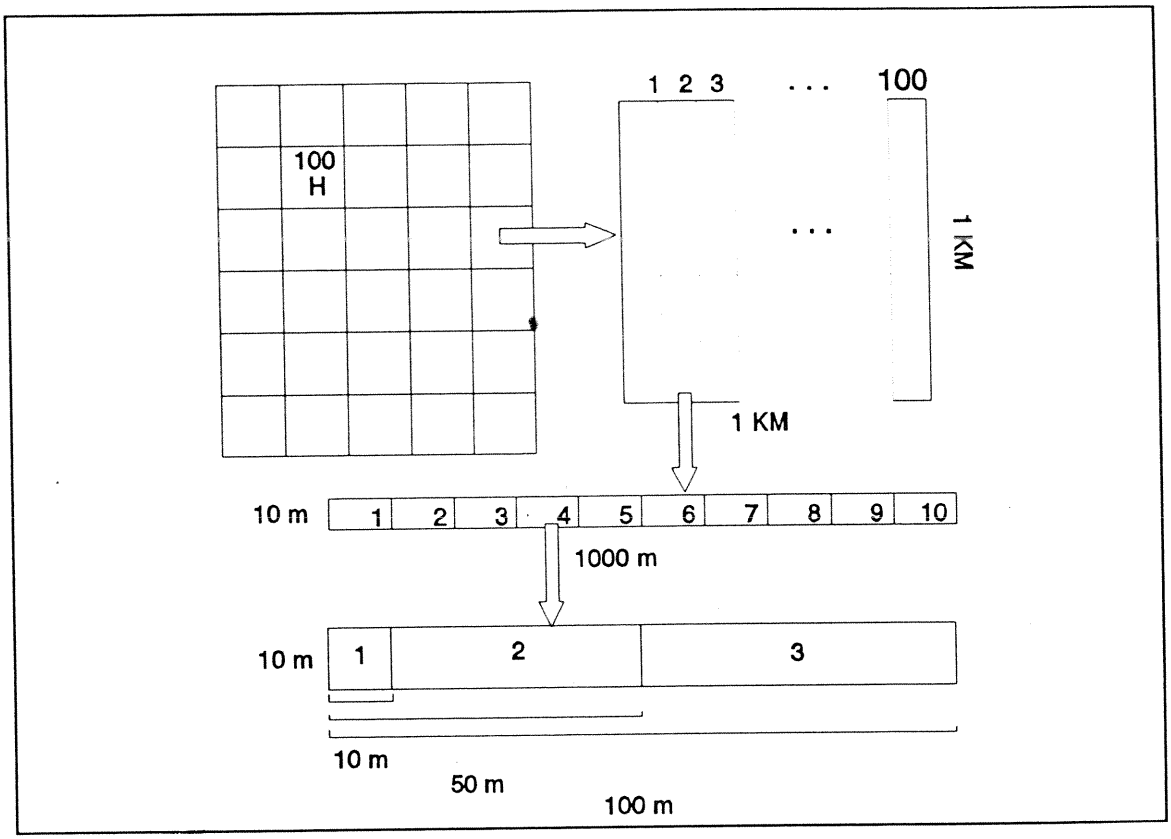


Figure 1. — *Schematic representation of a forest sampling system used in southern Mexico. The forest is divided into 100-hectare blocks, which are divided into 100 10- by 100-m strips. Each strip is then divided into 10 substrips of length 100 m. The substrips are the sample plots which are divided into three zones. Trees with diameter (D) greater than 35 cm are measured in all zones, trees where 15<D≤35 are measured in zones 1 and 2, and trees where D≤15 are only measured in zone 1.*

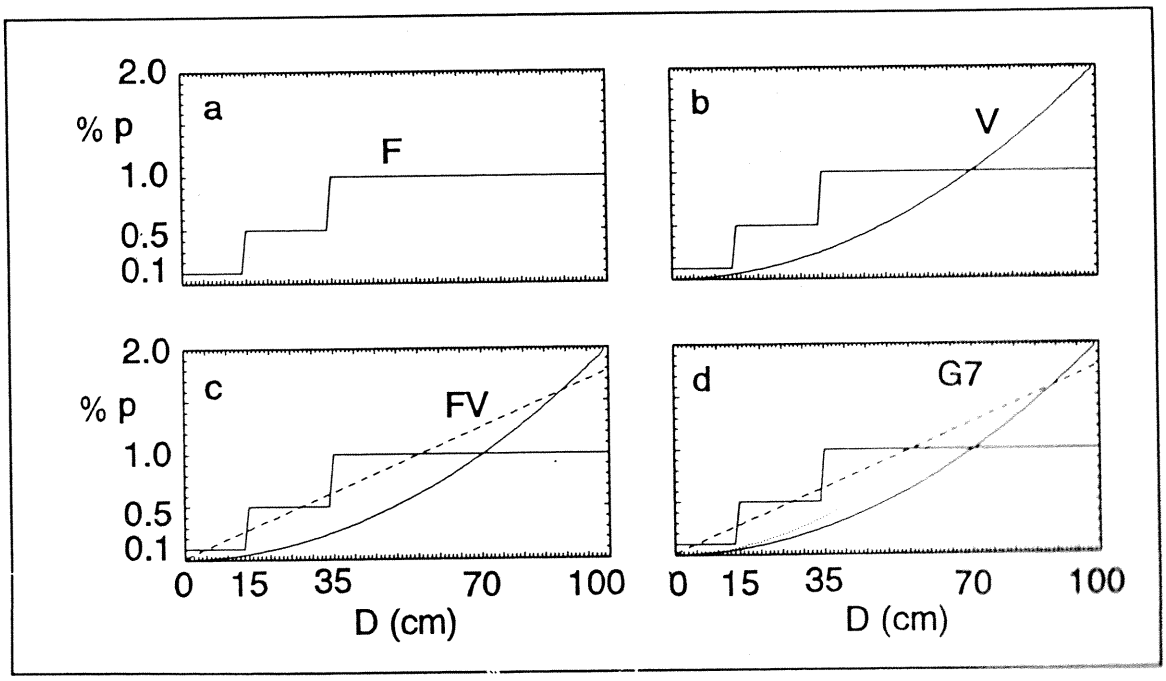


Figure 2. — *These figures depict sampling intensities or selection probabilities expressed as percentages for four plot designs: (a) curve F is for the system of fixed-area strip-plots used in southern Mexico with 10 strip-plots per 100 ha; (b) curve V is for 10 variable points per 100 ha with basal area factor 4; (c) curve FV is for ten 1-sided variable strips per 100 ha with basal area factor 8; (d) curve G7 is for four groups of seven points per 100 ha with basal area factor 8.*

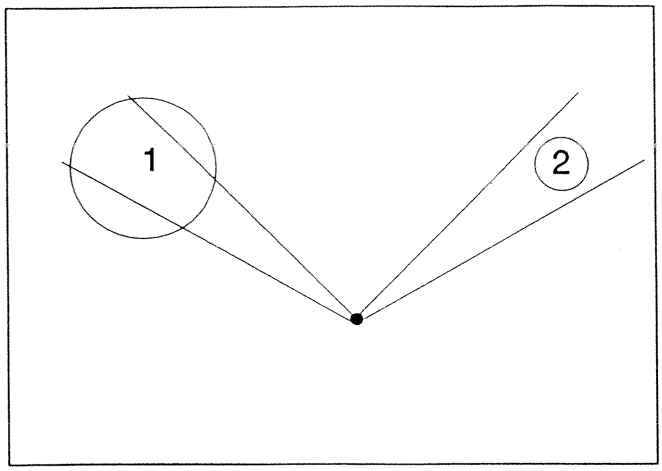


Figure 3. — *A representation of a variable point sample with two candidate trees. Tree 1 would be counted and tree 2 would not be counted at this point.*

and would be sampled, while the second tree would not be sampled. Either a prism can be used to effectively create this angle with its refractive properties or an angle gauge can be constructed. The following discussion on the theory of variable point sampling includes the procedure for constructing angle gauges.

Imagine each tree in the forest surrounded by a circle of area a_i, where $a_i=\pi R_i^2$; R_i is called the tree's plot radius. If the sample plot center lies closer to the tree than R_i, the tree will be counted. R_i depends on the basal area factor, F, which also determines the angle between the radii depicted in figure 3. There is one formula that is crucial for defining and developing the theory for variable point sampling:

$$\frac{a_i}{A} = \frac{b_i}{F} \tag{1}$$

where A is the area of 1 ha in square meters (10,000), and $b_i=\pi D_i^2/(4*10{,}000)$ is basal area in square meters as converted from diameter measured in centimeters. Notice that since tree i is measured when the sample point falls in the circle of area a_i, then a_i/A and b_i/F are directly proportional to the tree's selection probability.

Rearranging formula 1 allows one to solve for the plot radius in terms of F and D_i:

$$R_i = \frac{D_i}{2\sqrt{F}} \tag{2}$$

Angle gauges are constructed by application of formula 2. For example, with a basal area factor of 4, a tree 1 cm in diameter has a plot radius of 0.25 m. If a 1 cm strip of plastic or two nails are put so their outer edges are 1 cm apart at the end of a 25-cm board, this establishes the correct angle depicted in figure 3. Place your eye at the other end of the board over plot center and sight a tree down the board. If the tree is wider than the plastic strip, it should be sampled. Trees that are close to the same width as the strip are near their limiting distance, and the distance between plot center and the center of the tree should be measured. If this distance is less than or equal to R_i as determined by formula 2, the tree should be sampled.

More information on how to produce per hectare estimates is included in a following section, which covers all plot designs. Here we continue with deriving and comparing selection probabilities between plot designs. Since formula 1 establishes that the selection probability is different for each tree and depends on the basal area factor, we give the selection probability in figure 2b for 10 variable points per 100 ha and F=4. The results from figure 2a are overlaid on figure 2b for direct comparison. Basically, 10 fixed-area strips or 10 variable points with F=4 give the same sampling intensity for trees 70 cm in diameter. Trees larger than 70 cm have a greater chance of being measured and trees less than 70 cm have less chance of being measured. Trees where D=100 are twice as likely to be sampled with this variable plot method as with the fixed strip method.

Variable Strips

The final basic plot design to be considered is the variable strip plot. This provides an intermediate technique that lies between the fixed strip plot used in southern Mexico and the variable point method. Just as variable points are similar to using a different size circular plot for each tree diameter, variable strips are like using a different width strip for each tree diameter. The variable strip is implemented by moving down the center line of the strip and viewing trees with an angle gauge along a line-of-sight perpendicular to the center-line. Trees that more than subtend the angle are measured, just as with variable points. However, the angle gauge is not swept around a circle, so the selection probabilities of the trees are functions of the center-line length and the plot width as determined by formula 2, rather than the area of a circle as with variable points.

In general, the per-hectare selection probability of a tree on a fixed strip is wL/10000, where w is the strip width and L is the strip length. The width of a variable strip is:

$$w_i = S\,\frac{D_i}{2\sqrt{F}}, \tag{3}$$

where S is either 1 or 2, depending on whether you look for trees on one or both sides of the center line. It is probably best to look on both sides of the center line because then the same sampling intensity can be maintained with a larger basal area factor. This

means that sample trees will tend to be closer to the center line and less likely to be lost in the bush. The per-hectare selection probability for a tree using variable strips is therefore $p_i = w_i L/10{,}000$.

The line labeled FV in figure 2c shows the selection probabilities by diameter, expressed as percentages, for 10 variable strips of length 100 m on 100 ha with F=8 and S=1; i.e., a one-sided variable strip. To facilitate comparison, the results from figures 2a and 2b are overlaid on figure 2c. The variable strip method leads to selection probabilities that are directly proportional to diameter and is therefore a compromise between fixed area plots and variable point sampling.

PRODUCING PER HECTARE ESTIMATES

The specific curves in figure 2 can be altered by changing prism factors and strip lengths. However, the following characteristics of the different plot designs always hold: (1) fixed area plots yield selection probabilities that are independent of tree size, (2) selection probabilities under variable point sampling are proportional to tree basal area, and (3) selection probabilities under variable strip sampling are proportional to tree diameter. This means that fixed plots are best for estimating number of trees per hectare, variable points are best for estimating per-hectare basal area, and variable strips lie somewhere in between. Also, because tree basal area is closely related to volume, variable points are best for estimating per-hectare volume.

Fortunately, a single formula applies to producing per hectare estimates from any plot design. At a single point, strip, or plot, the per-hectare estimate is:

$$Y_j = \sum_{i=1}^{n_j} \frac{X_i}{p_i} \tag{4a}$$

where j denotes plot, strip or point j, n_j is the number of trees sampled at the point or plot, X_i is the variable of interest, and p_i is the selection probability of the ith tree. The X variable can be anything, but if number of trees is of interest, then $X_i=1$, with volume $X_i=V_i$ and with basal area $X_i=b_i$.

The mean-per-hectare estimate is simply the average of the plot estimates. Assuming that J plots were measured, the estimate of the mean is:

$$\overline{Y} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^{J} Y_j \tag{4b}$$

The variance of this estimate is

$$S^2_{\overline{Y}} = \frac{\sum_{j=1}^{J} (Y_j - \overline{Y})^2}{J(J-1)} = \frac{\sum_{j=1}^{J} Y_j^2 - J\overline{Y}^2}{J(J-1)} \tag{4c}$$

The estimate for the total forest is derived by multiplying the mean in formula 4b by the total number of hectares in the forest, and the variance of the total estimate is estimated by multiplying the variance in formula 4c by the number of hectares squared.

When the sampling intensity is large and sampling is without replacement, it is usual to multiply the variance estimate by a finite population correction factor, 1–n/N, where n is the number of sampled units, N is the total number of units in the population, and n/N is called the sampling intensity. For fixed area plots the correction factor is 1–(sampling intensity). For variable strips or points, the sampling intensity changes for each diameter. Fortunately, the finite population correction factor can be ignored in most cases because the sampling intensities are quite small. Another consideration is that the variance expression in formula 4c assumes that simple random sampling was used, although in practice foresters locate sample points systematically. Formula 4c yields conservative variance estimates under systematic sampling, which can increase the effect of not using the finite population correction factor when a large portion of the population was sampled.

EXAMPLE APPLICATION

Formulas 4a, 4b, and 4c are all that is needed to produce the usual estimates for a sample survey. To further clarify the use of these methods, table 1 depicts the necessary calculations for determining per-hectare estimates from a single variable point.

Table 1.—*Calculations necessary to produce estimates, from a single variable point, of trees per hectare, basal area per hectare, and volume per hectare. The variables involved are diameter at breast height, D; basal area, b; and tree volume, V*

D	b	V	1/b	b/b	V/b
30	0.0707	0.8482	14.1471	1	12.0
18	0.0254	0.2443	39.2975	1	9.6
45	0.1590	2.5447	6.2876	1	16.0
23	0.0415	0.3656	24.0688	1	8.8
28	0.0616	0.6404	16.2403	1	10.4
Sum.			100.04	5	56.8

The general formula 4a is used to guide the computations. Substituting the probability given in formula 1 into (4a) gives the necessary formula for variable points:

$$Y_j = F \sum_{i=1}^{n_j} \frac{X_i}{b_i} \tag{5}$$

where F is the basal area factor, n_j is the number of trees sampled at point j, b_i is the basal area of tree i, and X_i represents the variable of interest. Columns four, five, and six of table 1 give the computed X_i/b_i values for the cases where X_i represents trees per hectare, tree basal area, or tree volume, respectively. According to formula 5, these values are summed and then multiplied by F to obtain the per hectare estimates. Thus, the estimate of trees per-hectare with a factor of 4 is 4*100.04, basal area per hectare is 4*5, and volume per hectare is 4*56.8. Notice that basal area per hectare is generally computed as $F*n_j$.

CLUSTERS OF VARIABLE POINTS

Clusters or groups of plots provide an additional design alternative that is useful for tropical forests. Grouping plots in the same vicinity creates a higher sampling intensity and reduces travel time. We focus on groups of variable points, which have the additional benefit that larger basal area factors can be used to reduce limiting distances and to minimize the risk of missing sample trees in the bush.

The system of constructing groups of points used by the USDA Forest Service (Lund and Thomas 1989) is recommended here. This method builds the group from a system of equilateral triangles so that all adjacent points are equidistant. Figure 4 depicts a group of seven points. The distance, d, between points should be set so that the larger trees in the forest can only appear on one point in the group. Using the plot radius formula (2), this results in $d=Dmax/\sqrt{F}$, which is twice the radius for the maximum diameter tree. However, if a tree does appear on more than one point in the group, it presents no computational problem. The formula for groups of points or plots can handle this:

$$Y_j = \frac{1}{n_p} \sum_{k=1}^{n_p} \left[\sum_{i=1}^{n_k} \frac{X_{ik}}{p_{ik}} \right] \tag{6}$$

where Y_j is a per-hectare estimate from group j, n_p is the number of points in the cluster, n_k is the number of trees appearing on point k, x_{ik} is the variable of interest as measured on tree i on point k, and p_{ik} is the corresponding selection probability. Formula (6) shows us that the estimate from a group of points is obtained by averaging the results of the individual member points in the group. Variance is estimated with formula 4c using the group estimates as if they were from single points. This formula becomes more complicated with unequal sized clusters (Cochran 1977; p.250). Because fewer per-hectare estimates will be included in formula 4c from point groups than if single points are used, the resulting sample variance may be slightly larger. There is a compensating effect, however, because as each group covers more area in the forest it should capture more of the variance, and the between-group variance will be smaller than the between individual-point variance.

A comparison with using the designs discussed previously and four groups of seven points per 100 ha with F=8 is made in figure 2d. The groups of seven (G7) method is similar to the other methods but gives a larger sample intensity for trees greater than 63 cm. This calculation is based on the assumption that the points in the group are far enough apart so that the larger trees can only appear on a single point. If the points are close enough for multiple counting of large trees, the upper end of the G7-curve in figure 2d would be lower. See Van Deusen and Grender (1989) for additional discussion of groups of variable points.

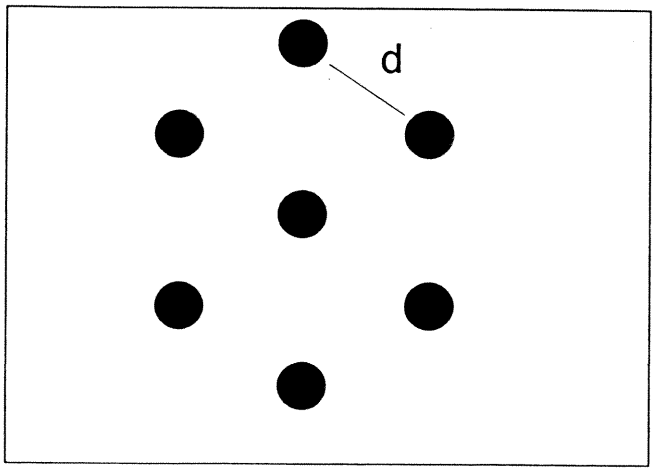


Figure 4. — *A cluster or group of seven variable points laid out so that adjacent point centers are equidistant.*

SAMPLING REGENERATION

Figure 2d shows that trees with diameters less than about 15 cm are very lightly sampled with variable points either singly or in groups. This is not a problem when interest lies primarily in merchantable volume per hectare. However, in cases where regeneration is of interest, it is common to add small fixed-area circular plots to the design.

One possibility is to place a circular plot at the point center on which to measure all stems where D≤15 cm. It is advantageous to let the radius of this fixed area plot equal the plot radius for a 15-cm tree on the variable point. Thus, if F=4, the fixed-area plot should have radius R_f = 15/4, which is derived from formula 2. This value of R_f ensures that per-hectare estimates from the fixed-area plot coincide with those from the variable point, as 15-cm trees have the same selection probability on both.

SAMPLE SIZE CONSIDERATIONS

The usual formula for computing sample size is based on the formula for a confidence interval around the average per-hectare estimate given in equation (4b). The level α confidence interval is

$$\overline{Y} \pm t_{n-1,\alpha/2} S_Y = \overline{Y} \pm d \qquad (7)$$

where $t_{n-1,\alpha/2}$ is students t based on n–1 degrees of freedom. The sample size formula, including the finite population correction factor is derived from:

$$d = tS_{\overline{Y}} = t\sqrt{\frac{S^2}{n}\frac{N-n}{N}} \qquad (8)$$

where $t=t_{n-1,\alpha/2}$, n is the number of sampled units, and N is the total number of units in the population. Solving for n in formula 8 results in:

$$n = \frac{t^2S^2}{d^2 + \frac{t^2S^2}{N}} \qquad (9)$$

Formula 9 is used by estimating S^2 and choosing a desired value for d. Students t changes with sample size, so the formula is solved iteratively beginning with t=2 and stopping when n and t no longer change. Unfortunately, after N becomes large, formula 9 is unresponsive to further increases and gives essentially the same result; for example, when N=1000 or N=10,000. Therefore, forumula 9 is of limited value.

As a general rule, one should never take less than about 20 samples, even for small forests. The upper limit on sample size is not so easy to determine. It is useful to think in terms of how many hectares each sample represents. The example plot designs considered above were assuming 10 plots per 100 ha or four groups of points per 100 ha. Thus, each plot represented 10 ha, and each group represented 25 ha. If the total forest was only 100 ha, these sample sizes would be dangerously small. However, with a 1000-ha forest these methods would require 100 plots or 40 groups, which might be more than is needed for the desired precision. In this case, formula 9 could be used to determine if fewer samples would be sufficient on the 1000-ha forest.

CONCLUSIONS

Tropical forests are typically difficult to operate in because of lack of well-developed roads and adverse climatic conditions. Therefore, it is important to use plot designs that provide reliable estimates, minimize travel costs, and eliminate unnecessary field work. Three basic plot designs for forest sampling have been discussed, with special attention paid to their application in the Tropics. Fixed-area plots are best when interest lies in estimating the number of stems per hectare or another variable that is unrelated to tree size. Variable points are best for estimating tree attributes that are proportional to tree basal area—volume is the most common example. Variable strip plots provide an intermediate plot design that is best for estimating tree attributes that are proportional to diameter, or as a compromise when both numbers and volumes of trees are of interest.

All of the plot designs are compared to the southern Mexico system of using ten 10- by 100-m strip samples to systematically measure 1 out of 100 ha. It was shown that using 10 variable points with F=4, or ten 100-m one-sided variable strips with F=8, provides similar coverage to the fixed strips. However, variable strips or points give more sampling intensity to larger diameter trees than do fixed area strips.

Finally, plots consisting of groups of variable points were discussed. It was shown that four groups of seven points per 100 hectares with F=8 also provide similar intensity to the other methods, but with reduced travel time. The assumption underlying these discussions was that the plots would be located on a systematic grid.

Additional design procedures can also be considered for reducing costs. These include multistage and multiphase procedures, which are beyond the scope of this paper. However, decisions about plot design are relevant even within a more sophisticated multi-stage system.

LITERATURE CITED

Cochran, W.G. 1977. Sampling techniques. New York: John Wiley and Sons. 428p.

Lund, H.G.; Thomas, C.E. 1989. A primer on stand and forest inventory designs. Gen. Tech. Rep. WO-54. Washington, DC: U.S. Department of Agriculture, Forest Service. 96 p.

Van Deusen, Paul C.; Grender, J.M. 1989. An alternative estimator for horizontal point clusters. Forest Science. 35: 257–262.

Evaluación de Diseños de Parcela para Areas Tropicales

Paul C. Van Deusen y Bruce Bayle

RESUMEN

Un diseño de censo forestal basado en bandas de parcelas de area fija en uso en el sur de México se compara con parcelas variables, bandas variables y agrupaciones de bandas variables. Se demuestra que la intensidad de muestreo para un determinado diámetro varía con el tipo de parcela en uso. La teoría se desarrolla lo suficiente como para que el lector pueda tomar una decisión con respecto al mejor diseño de parcela a usar para producir los valores requeridos por el estudio.

Evaluación de Diseños de Parcela para Areas Tropicales

Paul C. Van Deusen y Bruce Bayle

INTRODUCCIÓN

Métodos de censo forestal y la teoría asociada, abarcan un área extensa de conocimiento que tiene el potencial de ser abrumadora para el investigador forestal. Por lo tanto, el proceso de planear un censo necesita de ciertas normas para su diseño. El propósito de este artículo es el de proveer dichas normas para elegir el tipo y diseño de una parcela como muestra. Esto no se lleva a cabo a manera de receta, sino que mediante el demostrar cómo cada tipo de parcela funciona dentro de la teoría general.

Muestreo al azar, para los propósitos de este artículo, se define como el proceso de selección de unidades dentro de la población a estudiar, de manera que cada unidad tiene una probabilidad de selección positiva y determinada. Muestreo al azar simple ocurre cuando cada unidad tiene la misma probabilidad de selección. En el caso de muestreo forestal, árboles individuales son usualmente considerados como las unidades de estudio, mientras que la población incluye todos aquellos árboles en el bosque o área a estudiar. El muestreo al azar requiere de un proceso de selección mediante el cual cada árbol en el bosque tiene la posibilidad de ser seleccionado como fuente de información cuantitativa de características a estudiar. Las características a estudiar son básicas en la silvicultura e incluyen volumen, área basal (a 1.3 mts de altura) y número de árboles. El número de árboles es la característica más fácil de estudiar, ya que cada árbol contribuye exactamente una unidad a la población, mientras que su contribución volumétrica puede ser difícil de determinar.

DETERMINACIÓN DE PROBABILIDADES DE SELECCIÓN

Parcelas de Área Fija

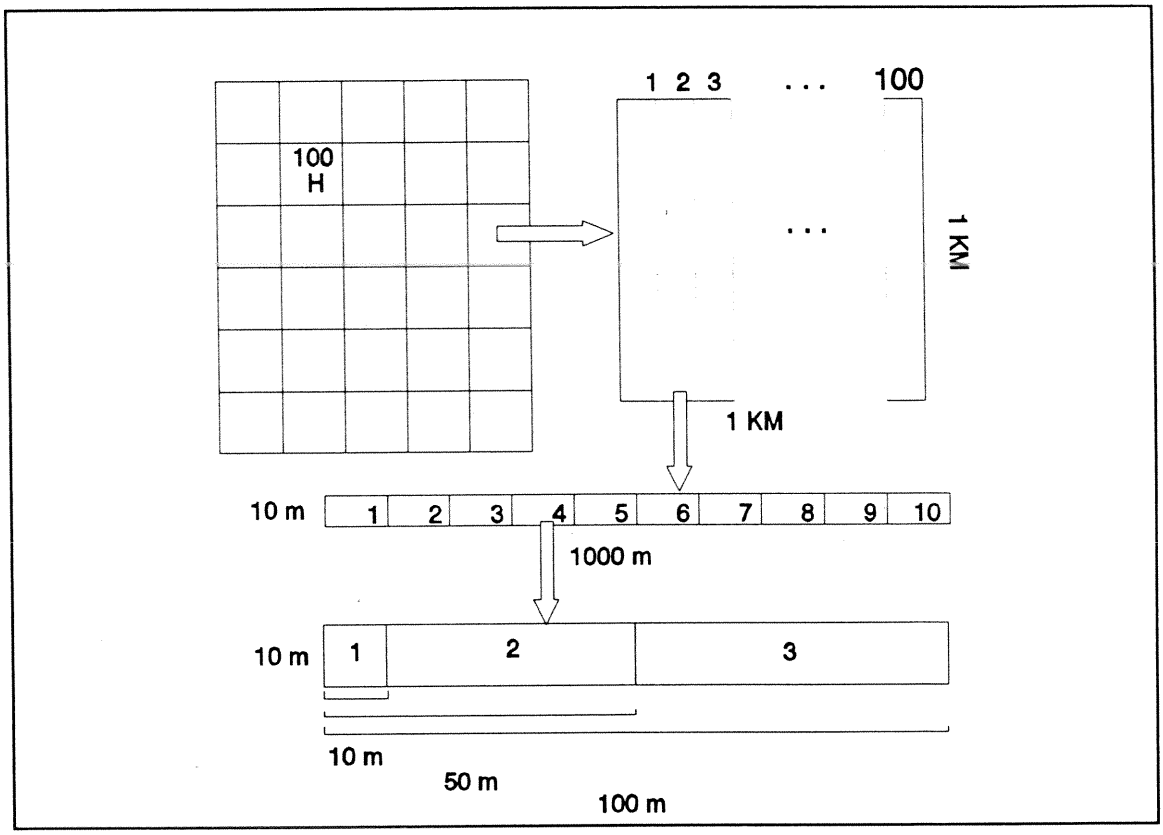
El sistema de censo usado en el sur de México provee un ejemplo apropiado del proceso de determinación de probabilidades de selección. La figura 1 representa esquemáticamente el sistema de censo mejicano, empezando en la parte superior izquierda con un bosque dividido en bloques de 100 hectáreas. Cada bloque puede ser dividido en 100 bandas de 10 mts por 1000 mts. Cada una de estas bandas de terreno puede ser dividida una vez más en "sub-bandas" de 10 mts por 100 mts. Estas "sub-bandas" se convierten en la parcela básica a usar. Sin embargo, esta parcela se subdivide en tres zonas, como se puede ver en la figura 1. En la zona número 1 se mide la regeneración mediante el conteo de árboles de por lo menos un metro de alto y menos de 15 cm de diámetro ($D \leq 15$). Arboles con $15 < D \leq 35$ se miden en zonas 1 y 2, y árboles con $D > 35$ se miden en toda la parcela.

Suficientes parcelas de 10 mts por 100 mts se miden en cada bloque de 100 hectáreas con el objeto de que el uno por ciento del área medida se dedique a árboles con $D > 35$. Esto se logra si se elige una sóla banda de 10 parcelas o si se cubren las 100 hectáreas de manera sistemática con 10 parcelas. Cobertura sistemática se prefiere por razones estadísticas ya que proporciona una buena representación del bosque total, pero debe admitirse que la primera alternativa de medir una sóla banda puede llegar a ser más facil en la práctica. La figura 2a muestra las probabilidades de selección con respecto a diámetro para este sistema si se supone que 10 parcelas por hectáreas serán medidas. Las probabilidades de selección varían de acuerdo al diámetro en este sistema, de manera que, entre más grande el árbol, mayores serán sus probabilidades de ser seleccionado. Esto tiene sentido cuando el punto de interés es el volumen, ya que los árboles de mayor tamaño poseen el mayor volumen y merecen que se les dedique mayor tiempo de estudio como árboles de mayor valor. Sin embargo, dentro de una zona de esta parcela de área fija, los árboles se muestrean con la misma intensidad, sin importar su mayor o menor tamaño.

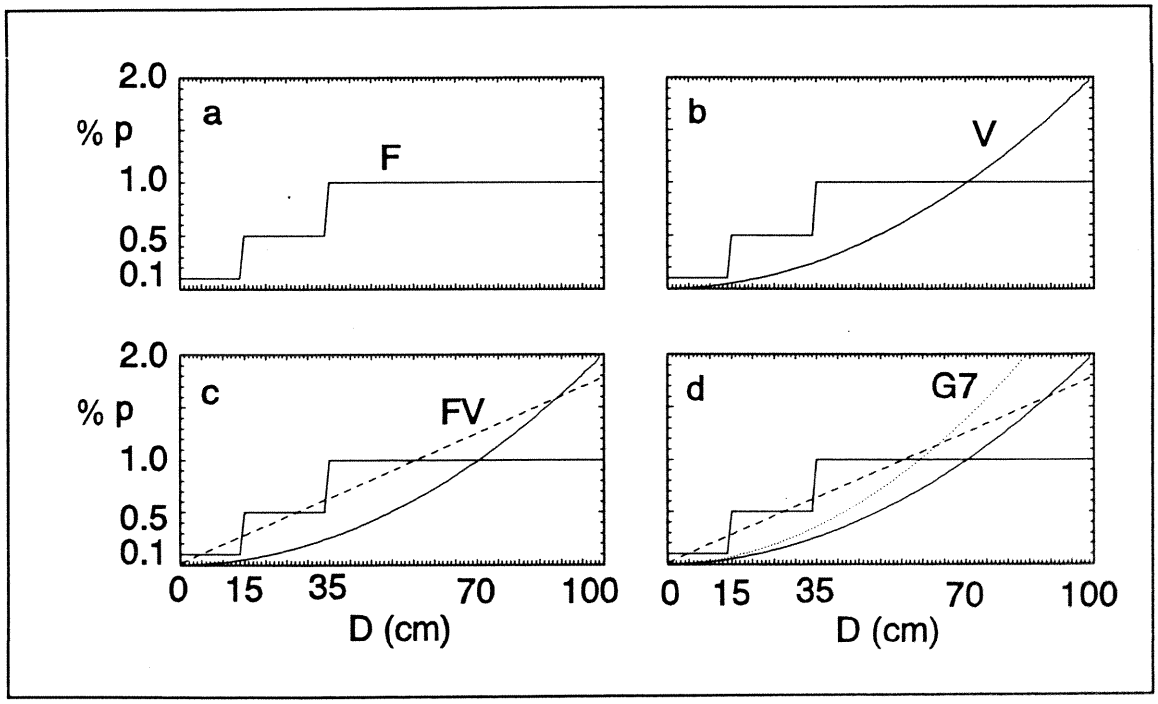
Puntos Variables

La idea de incrementar las probabilidades de selección en función del diámetro puede ser ampliada mediante el uso de muestreo de puntos variables. Este método de muestreo permite que cada árbol tenga una probabilidad de selección directamente proporcional a su área basal. Este método implica el establecimiento de un punto como centro de muestreo, y luego el medir de aquellos árboles más anchos que la distancia entre dos radios que se originen en ese centro. El ángulo entre los radios determina la intensidad de muestreo. La

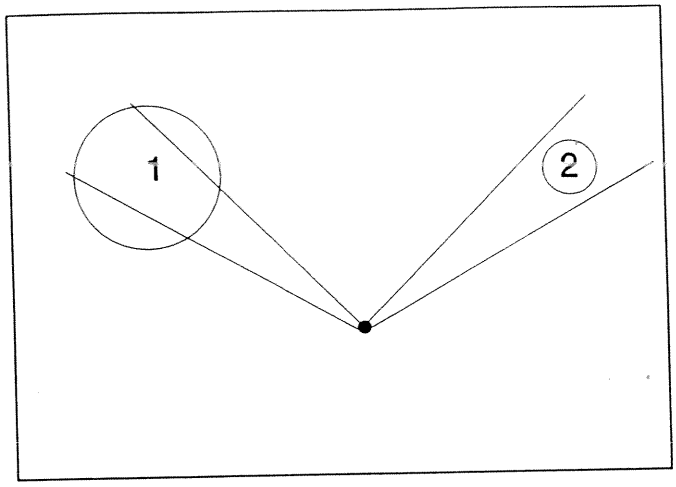
Paul C. Van Deusen es matemático-estadístico en el Instituto para Estudios Cuantitativos, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Southern Forest Experiment Station, New Orleans, LA 70113-1931; Bruce Bayle es consejero para silvicultura tropical en la Universidad de Puerto Rico Agricultural Station, Rio Piedras, PR 00928-2500.



Cuadro 1. — *Representación esquemática de un sistema de muestreo forestal empleado en el sur de México. El bosque se divide en bloque de 100 hectáreas, estos se dividen a su vez en 100 bandas de 10 mts por 100 mts. A continuación, cada bandas se subdivide en diez sub-bandas de 100 m de largo. Las sub-bandas constituyen las parcelas de ensayo y se dividen en tres zonas. Los árboles cuyo diámetro es mayor de 35 cm se miden en todas las zonas, los árboles con 15<D≤35 se miden en las zonas 1 y 2, y los árboles con D≤15 se miden unicamente en la zona 1.*



Cuadro 2. — *Estos cuadros representan intensidades de muestreo o probabilidades de selección expresadas en términos porcentuales para cuatro diseños de parcela: (a) la curva F corresponde al sistema de parcelas de area fija usado en el sur de México que contiene diez parcelas-banda por cada 100 hectáreas; (b) la curva V corresponde a diez puntos variables por cada 100 hectáreas con factor de área basal igual a 4; (c) la curva FV corresponde a diez bandas variables de un lado por cada 100 hectáreas, con factor de área basal igual a 8; (d) la curva G7 corresponde a cuatro grupos de siete puntos por 100 hectáreas con factor de área basal igual a 8.*



Cuadro 3. — *Representación de una muestra de punto variable con dos árboles candidatos. El árbol 1 se contaría y el árbol 2 no se contaría en este punto.*

figura 3 muestra un punto central con 2 árboles representados por círculos del tamaño de sus diámetros. El primer árbol intersecta los dos radios y sería incluido en la muestra, mientras que el árbol número dos sería eliminado. Prismas con propiedades refractorias pueden ser utilizados para obtener este ángulo, o un aparato simple para medirlo se puede construir como alternativa. El procedimiento para construir dichos aparatos para medir ángulos se da a continuación como parte de la discusión sobre la teoría de muestreo de puntos variables.

Cada árbol en el bosque puede visualizarse rodeado de un círculo de área a_i, en donde $a_i=\pi R_i^2$. R_i se considera como el "radio de parcela" del árbol. Si el punto central de la muestra se encuentra más cerca del árbol que la distancia R_i, el árbol será incluido en la muestra. R_i depende de el factor de área basal F, que a su vez determina el ángulo entre los radios representados en la figura 3. Existe una fórmula que es crucial para la definición y desarrollo de la teoría de muestreo de puntos variables:

$$\frac{a_i}{A} = \frac{b_i}{F} \qquad (1)$$

en donde A representa el área de una hectárea en metros cuadrados (10,000), y $b_i=\pi D_i^2/(4*10000)$ representa el área basal en metros cuadrados obtenida a partir del diámetro medido en centímetros. Debido a que el árbol *i* se mide cuando el punto de muestra cae dentro del círculo de area a_i, a_i /A y b_i /F son directamente proporcionales a la probabilidad de selección del árbol.

La transposición de términos en la fórmula 1 permite obtener la solución para el radio de parcela usando F y D:

$$R_i = \frac{D_i}{2\sqrt{F}} \qquad (2)$$

Aparatos para medir ángulos se construyen teniendo en mente la fórmula 2. Por ejemplo, si asumimos un factor de área basal igual a 4, un árbol de 1 cm de diámetro poseerá un radio de parcela de 0.25 mts. Si una banda de plástico de 1 cm de largo, o dos clavos se colocan de manera que sus bordes exteriores se encuentren a un centímetro de distancia el uno del otro a un extremo de una tabla de 25 cm. de largo, el ángulo correcto quedará establecido como lo ilustra la figura 3. Situándose sobre el centro de parcela, coloque la vista al otro extremo de la tabla y apunte el aparato hacia el árbol en cuestión. Si el árbol es más ancho que la banda de plástico (o la distancia entre los clavos), el árbol deberá ser medido. Aquellos árboles que son aproximadamente del mismo ancho que la banda de plástico al efectuar este procedimiento, se encuentran cerca de la distancia límite, y la distancia entre el centro de parcela y el centro del árbol deberá ser medida. Si esta distancia es menor o igual a R_i, como definido por la fórmula 2, el árbol deberá ser incluido en la muestra.

La siguiente sección, que incluye todos los tipos de diseño de parcela, provee más información sobre cómo producir cálculos por hectárea. En la presente sección continuaremos con la derivación de probabilidades de selección y la comparación de diseños de parcela en función de esas probabilidades. Debido a que las probabilidades de selección son diferentes para cada árbol y a que dependen del factor de área basal, proporcionamos en la figura 2b las probabilidades de selección para 10 puntos variables por cada 100 hectáreas y para F=4. Los resultados obtenidos en la figura 2a se yuxtaponen a los de la figura 2b para una mejor comparación. Para árboles de 70 cm de diámetro, los resultados para intensidad de muestreo con ambas fórmulas para el caso de 10 bandas (área fija y puntos variables) cuando F=4, son prácticamente iguales. Arboles mayores de 70 cm tienen mejores probabilidades de ser medidos, mientras que árboles de menos de 70 cm de diámetro tienen menores probabilidades de ser parte de la muestra. Arboles con D=100 tienen el doble de probabilidades de ser medidos con el método de puntos variables que con el método de banda fija.

Bandas Variables

El último tipo básico de parcela a considerarse es la parcela de banda variable. Este tipo de parcela constituye una técnica intermedia entre la parcela de banda fija usada en el sur de México y el método de puntos variables. Así como la técnica de puntos variables equivale a usar una parcela circular de diferente tamaño para cada diámetro de árbol, la técnica de bandas variables equivale a usar una banda de diferente ancho para cada diámetro de árbol. En la técnica de banda variable se recorre la banda de terreno a lo largo del centro, al mismo tiempo que se examinan los ár-

boles con un aparato para medir ángulos desde un punto de vista perpendicular a la linea central. Arboles que exceden este ángulo son incorporados a la muestra de la misma manera que en el método de puntos variables. Sin embargo, las probabilidades de selección de los árboles en el método de banda variable dependen del largo de la línea central y del ancho de parcela, como lo indica la fórmula 2, en vez de depender del área de un círculo originado al medir ángulos alrededor de un punto, como es el caso en el método de puntos variables.

En general, la probabilidad de selección por hectárea para un árbol en una banda fija es wL/10,000, en donde w es el ancho de la banda y L es el largo de la misma. El ancho de una banda variable es:

$$w_i = S\,\frac{D_i}{2\sqrt{F}}, \qquad (3)$$

en donde S puede ser 1 ó 2, dependiendo de si se buscan árboles a uno o ambos lados de la línea central. Es probablemente mejor el buscar árboles a ambos lados de la línea central, ya que de esta manera la misma intensidad de muestreo puede ser mantenida con un factor de área basal mayor. Esto implica que los árboles en la muestra tendrán la tendencia a encontrarse más cerca de la línea central y a no perderse entre el follaje. La probabilidad de selección por hectárea para un árbol de acuerdo a la técnica de bandas variables será, por lo tanto, $p_i = w_i L/10000$.

La línea indicada como FV en la figura 2c muestra las probabilidades de selección como porcentaje de acuerdo a diámetro para 10 bandas variables de 100 mts de largo en 100 hectáreas, en donde F=8 y S=1; es decir, una banda variable de un sólo lado. Para facilitar comparaciones con otros métodos, los resultados obtenidos en las figuras 2a y 2b se yuxtaponen a aquellos de la figura 2c. El método de bandas variables resulta en probabilidades de selección directamente proporcionales al diámetro, y por lo tanto constituye un compromiso entre parcelas de área fija y muestreo por puntos variables.

CÁLCULO DE VALORES POR HECTÁREA

Las curvas específicas en la figura 2 pueden ser alteradas mediante la variación de factores de prisma y largo de las bandas. Sin embargo, las siguientes características de los diferentes diseños de parcela son constantes: 1) parcelas de área fija producen probabilidades de selección independientes del tamaño del árbol; 2) probabilidades de selección obtenidas por puntos variables son proporcionales a el área basal de los árboles en cuestión; 3) el método de banda variable resulta en probabilidades de selección proporcionales al diámetro. Esto significa que parcelas de área fija proporcionan los mejores resultados cuando la meta es el cálculo de número de árboles por hectárea, mientras que puntos variables es el método a elegir para calcular área basal por hectárea, y el método de bandas variables es un compromiso entre los dos. Al mismo tiempo, debido a que el área basal de un árbol revela mucho sobre el volumen del mismo, el método de puntos variables es el mejor para el cálculo de volumen por hectárea.

Afortunadamente se necesita una sóla fórmula para cálculos por hectárea a partir de cualquier tipo de parcela. El cálculo por hectárea para un sólo punto, banda, o parcela es:

$$Y_j = \sum_{i=1}^{n_j} \frac{X_i}{p_i} \qquad (4a)$$

en donde j representa la parcela, banda, o punto j; n_i es el número de árboles en la muestra obtenida en el punto o parcela; X_i es la variable de interés; y p_i es la probabilidad de selección para el árbol número i. La variable X puede ser cualquier característica de interés, pero si lo que nos interesa es el número de árboles, entonces $X_i=1$; si volumen es el foco de atención, entonces $X_i=V_i$; si area basal, entonces $x_i=b_i$.

El cálculo de la media por hectárea se obtiene simplemente del promedio del cálculo para las parcelas. Suponiendo que un número J de parcelas fueron medidas, el cálculo de la media es:

$$\overline{Y} = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} Y_j \qquad (4b)$$

La varianza de este cálculo es

$$S^2_{\overline{Y}} = \frac{\sum_{j=1}^{J}(Y_j - \overline{Y})^2}{J\,(J-1)} = \frac{\sum_{j=1}^{J} Y_j^2 - J\overline{Y}^2}{J\,(J-1)} \qquad (4c)$$

El cálculo para el total del bosque se obtiene multiplicando la media en 4b por el número total de hectáreas en el bosque, y la varianza para el cálculo final se calcula multiplicando la varianza en 4c por el número de hectáreas al cuadrado.

Cuando la intensidad de muestreo es grande y el muestreo ocurre sin reemplazo, la varianza calculada se multiplica usualmente por un factor de corrección de población finita, 1–n/N, en donde n es el número de unidades en la muestra y N es el número total de unidades en la población, y n/N se conoce como la intensidad de muestreo. En el caso de parcelas de área fija el factor de corrección es 1–(intensidad de muestreo). Para bandas o puntos variables, la intensidad de muestreo cambia con el diámetro. Afortunadamente el factor de corrección de población finita se puede ignorar en la mayoría de los casos ya que las intensidades de muestreo son muy pequeñas. Otro punto a to-

mar en consideración es el hecho de que la varianza como expresada en la fórmula 4c, asume el uso de muestreo al azar simple, a pesar de que en la práctica el investigador forestal encuentra los puntos de muestra de una manera sistemática. Cuando se usa muestreo sistemático, la fórmula 4c resulta en cálculos de varianza en el lado conservador, lo que incrementa el efecto de ignorar el factor de corrección de población finita cuando un alto porcentaje de la población es tomado como muestra.

EJEMPLO DE APLICACIONES

Las fórmulas 4a, 4b, y 4c son todo lo que se necesita para producir los cálculos de valores para un examen o inspección usual. Para mayor clarificación del uso de estos métodos, la tabla 1 muestra los cálculos necesarios para la determinación de valores por hectárea a partir de un sólo punto variable.

La fórmula general 4a se usa como guía para las computaciones. Si la probabilidad obtenida en la ecuación 1 se introduce en la fórmula 4a, el resultado es la fórmula para puntos variables:

$$Y_j = F \sum_{i=1}^{n_j} \frac{X_i}{b_i} \qquad (5)$$

en donde F es el factor de área basal, n_j es el número de árboles muestreados en el punto *j*, b_i es el área basal del arbol *i*, y x_i representa la variable de interés. Las columnas 4, 5 y 6 de la tabla 1 proporcionan los valores de X_i/b_i calculados para los casos en donde X_i representa árboles por hectárea, área basal, o volumen de árbol respectivamente. Estos valores se suman de acuerdo a la fórmula 5 y luego se multiplican por el valor de F para obtener los cálculos por hectárea. Por lo tanto, el valor de árboles por hectárea calculado usando un factor de 4 es 4*100.04, área basal por hectárea es 4*5 y volumen por hectárea es 4*56.8. Area basal por hectárea se calcula generalmente como $F*n_j$.

Tabla 1.—*Cálculos a partir de un sálo punto variable para producir valore de árboles por hectárea, área basal por hectárea, y volumen por hectárea. Las variables en cuestión son: diámetro a 1.3 mts de altura (d.b.h.). D; área basal, b; y volúmen delárbol, V.*

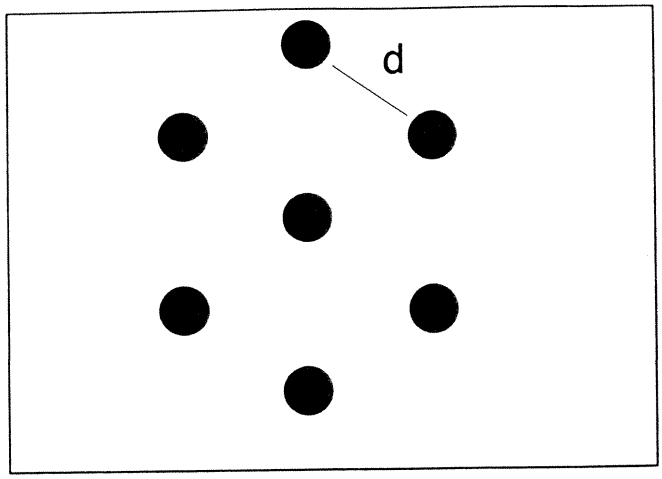
D	b	V	1/b	b/b	V/b
30	0.0707	0.8482	14.1471	1	12.0
18	0.0254	0.2443	39.2975	1	9.6
45	0.1590	2.5447	6.2876	1	16.0
23	0.0415	0.3656	24.0688	1	8.8
28	0.0616	0.6404	16.2403	1	10.4
Sum.			100.04	5	56.8

AGRUPACIONES DE PUNTOS VARIABLES

Agrupaciones de parcelas proveen una alternativa adicional de diseño a usar en bosques tropicales. El agrupamiento de parcelas crea una intensidad de muestreo mayor y reduce el tiempo necesario para recorrer el terreno a investigar. El foco aquí es en agrupaciones de puntos variables, que poseen el beneficio adicional de que factores mayores de área basal pueden ser usados para reducir distancias límites y para minimizar el riesgo de ignorar árboles entre el follaje.

El sistema usado por el USDA Forest Service (Lund y Thomas 1989) para construir agrupaciones de puntos se recomienda aquí. Este sistema construye agrupaciones a partir de un sistema de triángulos equiláteros de manera que todos los puntos adyacentes son equidistantes. La figura 4 muestra una agrupación de siete puntos. La distancia d entre puntos debe ser establecida de manera que los árboles de mayor tamaño en el bosque puedan aparecer solamente en un punto en el grupo. Usando la fórmula 2 para el radio de parcela, ésto resulta en $d=Dmax/\sqrt{F}$, que es el doble del radio para el árbol de máximo diámetro. Sin embargo, si un árbol aparece dos veces en más de un punto en la agrupación, ésto no representa problemas en la computación. La fórmula para agrupaciones de puntos o parcelas se hace cargo de ésto:

$$Y_j = \frac{1}{n_p} \sum_{k=1}^{n_p} \left[\sum_{i=1}^{n_k} \frac{X_{ik}}{p_{ik}} \right] \qquad (6)$$



Cuadro 4. — *Conglomerado o grupo de siete puntos variables colocados de manera que los puntos de centro contiguos son equidistantes.*

en donde Y_j es el valor calculado por hectárea para el grupo j, n_p es el número de puntos en la agrupación, n_k es el número de árboles en el punto k, X_{ik} es la variable de interés medida en el árbol *i* en el punto k, y p_{ik} es la probabilidad de selección correspondiente. La fórmula 6 nos muestra que el cálculo para una agrupación de puntos se obtiene del promedio de los resultados para los puntos individuales en el grupo. La varianza se calcula con la fórmula 4c, usando los valores calculados para las agrupaciones como si fueran obtenidos a partir de puntos. Esta fórmula se torna más compleja para agrupaciones de tamaño desigual (Cochran 1977 p. 250). Debido a que menos valores por hectárea se incluyirían en la fórmula 4c al usar agrupaciones como puntos en vez de usar puntos individuales, la varianza resultante puede llegar a ser más elevada. Existe, sin embargo, un efecto compensatorio: ya que cada agrupación abarca mayor área en el bosque, debe por ende de capturar más de la varianza, y la varianza entre grupos será menor que la de entre puntos individuales.

La figura 2d muestra una comparación entre los diseños discutidos previamente y cuatro grupos de siete puntos por 100 hectáreas en donde F=8. El método de "grupos de siete" (G7) se asemeja a los otros, pero proporciona una intensidad de muestreo mayor para árboles de más de 63 cm. Este cálculo asume que los puntos en el grupo distan entre sí lo suficiente como para que los árboles de mayor tamaño puedan solamente aparecer en un punto. Si se da el caso de que árboles de mayor tamaño se cuentan repetidas veces debido a la proximidad de los puntos, el extremo superior de la curva G7 en la figura 2d se encontrará desplazada hacia más abajo. Discusiones adicionales sobre grupos de puntos variables se pueden encontrar en Van Deusen y Grender (1989).

MUESTREO PARA CUANTIFICAR REGENERACIÓN

La figura 2d muestra el hecho de que árboles con diámetro menor de aproximadamente 15 cm se toman como parte de la muestra de manera muy infrecuente cuando se usa el método de puntos variables, ya sea individuales o en grupo. Esto no presenta mayor problema cuando el interés yace en volumen por hectárea con potencial mercantil. Sin embargo, cuando el interés yace en la regeneración, es común añadir parcelas pequeñas y circulares de área fija al diseño.

Una posibilidad es la de colocar una parcela circular en el punto central, en donde todos los tallos de D≤15 cm son medidos. Es conveniente establecer el radio de esta parcela de area fija de manera que iguale el radio de parcela para un árbol de 15 cm en el punto variable. Así, si F=4, la parcela de área fija deberá tener un radio R_f = 15/4, que se obtiene a partir de la fórmula 2. Este valor de R_f garantiza que los cálculos por hectárea obtenidos mediante parcelas de área fija coincidan con aquellos obtenidos mediante puntos variables, ya que árboles de 15 cm poseen la misma probabilidad de selección en ambos métodos.

TAMAÑO DE LA MUESTRA

La fórmula usual para calcular el tamaño de la muestra está basada en la fórmula para un intervalo de confianza alrededor del valor promedio por hectárea proporcionado por la ecuación 4b. El intervalo de confianza, nivel alfa es

$$\overline{Y} \pm t_{n-1,\alpha/2}\, S_Y = \overline{Y} \pm d \qquad (7)$$

en donde $t_{n-1,\alpha/2}$ es observadores t basado en n–1 grados de libertad. La fórmula para el tamaño de la muestra, incluyendo el factor de corrección de población finita se deriva de:

$$d = tS_{\bar{Y}} = t\sqrt{\frac{S^2}{n}\frac{N-n}{N}} \qquad (8)$$

en donde $t=t_{n-1,\alpha/2}$, n es el número de unidades en la muestra, y N es el número total de unidades en la población. Despejando n en la ecuación 8 obtenemos:

$$n = \frac{t^2S^2}{d^2 + \frac{t^2S^2}{N}} \qquad (9)$$

Para usar la ecuación 9 se estima S^2 y se escoge un valor para d. Observadores t cambia con el tamaño de la muestra, de manera que la fórmula se resuelve de manera iterativa, empezando con t=2 y terminando cuando n y t no sufran más cambio. Desafortunadamente, cuando N sufre un incremento significativo, la ecuación 9 no responde a mayores incrementos y proporciona esencialmente el mismo resultado, por ejemplo, cuando N=1000 o N=10,000. Por lo tanto, la ecuación 9 es de valor limitado.

Como regla general, no se debe de tomar menos de 20 muestras, incluso en el caso de bosques pequeños. El límite superior para el tamaño de la muestra no es tan fácil de determinar. Para entender este dilema, es necesario visualizar cuántas hectáreas están representadas en cada muestra. Los ejemplos de diseños de parcela considerados previamente asumían 10 parcelas por cada 100 hectáreas o cuatro grupos de puntos por cada 100 hectáreas. Por lo tanto, cada parcela representaba 10 hectáreas, y cada grupo 25 hectáreas. Si el total del bosque consistiera sólamente de 100 hectáreas, estos tamaños de muestra serían peligrosamente pequeños. Sin embargo, un bosque de 1,000 hectáreas requeriría de 100 parcelas o 40 grupos, lo que

podría ser más de lo requerido para alcanzar la precisión deseada. En este caso, la fórmula 9 podría usarse para determinar si una muestra más pequeña sería suficiente para el bosque de 1,000 hectáreas.

CONCLUSIONES

Los bosques tropicales presentan problemas para el investigador debido a la falta de buenos caminos de acceso y a las condiciones climáticas adversas. Por lo tanto, es importante usar diseños de parcela que provean cálculos confiables, minimizen costos de viaje y eliminen trabajo de campo innecesario. Tres tipos básicos de parcela para muestreo forestal han sido discutidos, prestando especial atención a su aplicación en los trópicos. Parcelas de área fija son el tipo a usar cuando el objeto de interés consiste en el cálculo de número de tallos por hectárea o cualquier otra variable no relacionada al tamaño del árbol. Puntos variables proporcionan mejores resultados cuando se usan para calcular características que son proporcionales al área basal del árbol, volumen siendo el caso más común. Parcelas de bandas variables proveen un diseño de parcela intermedio, que proporciona mejores resultados cuando se calculan características proporcionales al diámetro, o cuando tanto el número de árboles como su volumen son de interés para el estudio.

Todos los diseños de parcela se comparan al sistema del sur de México que usa diez bandas de terreno de 10 mts por 100 mts como muestras para medir una de cada 100 hectáreas sistemáticamente. Se demostró que el usar 10 puntos variables con F=4, o diez bandas variables de 100 mts de un solo lado con F=8 provee una cobertura similar a la de las bandas de área fija.

Parcelas consistentes de agrupaciones de puntos variables se discutieron por último. Se demostró que cuatro grupos de siete puntos por 100 hectáreas con F=8 proveen una intensidad de muestreo similar a la de otros métodos, pero con una reducción en el tiempo necesario para el estudio. La premisa inherente a estas discusiones fue que las parcelas se localizarían en una rejilla sistemática.

Procedimientos adicionales de diseño pueden ser considerados con el objeto reducir el costo. Estos incluyen procedimientos de etapas múltiples y de fases múltiples, pero se encuentran fuera del alcance de este artículo. Sin embargo, decisiones acerca de diseños de parcela son relevantes inclusive en un sistema más sofisticado como el de etapas múltiples.

LITERATURE CITADA

Cochran, W.G. 1977. Sampling techniques. New York: John Wiley and Sons. 428p.

Lund, H.G.; y Thomas, C.E. 1989. A primer on stand and forest inventory designs. Gen. Tech. Rep. WO-54. Washington, DC: U.S. Department of Agriculture, Forest Service. 96 p.

Van Deusen, Paul C.; y Grender, J.M. 1989. An alternative estimator for horizontal point clusters. Forest Science. 35: 257–262.

Van Deusen, Paul C; Bayle, Bruce. 1991 Evaluating plot designs for the Tropics. Gen. Tech. Rep. SO-87. New Orleans, LA: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Southern Forest Experiment Station. 15 p.

Theory and procedures are reviewed for determining the best type of plot for a given forest inventory. A general methodology is given that clarifies the relationship between different plot designs and the associated methods to produce the inventory estimates.

Van Deusen, Paul C.; Bayle, Bruce. 1991. Evalucaión de diseños de parcela para areas Tropicales. Gen. Tech. Rep. SO-87. New Orleans, LA: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Southern Forest Experiment Station. 15 p.

Procedimientos y teoría para determinar el mejor tipo de parcela para censos forestales se discuten. Se proporciona una metodología general que aclara la relación entre diferentes diseños de parcela y los métodos asociados para producir los cálculos requeridos.

*U.S. GOVERNMENT PRINTING OFFICE:1992-666-020/40026